

問 1	(1)	${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$	(2)	${}_5P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
	(3)	$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$	(4)	${}_6C_4 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{30}{2} = 15$
	(5)	${}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = \frac{30}{2} = 15$	(6)	${}_6C_0 = 1$ 一般的に ${}_nC_0 = 1$ となる。

(証明)

$${}_nC_r = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)}{r(r-1)(r-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)(\cancel{n-r} \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1)}{r!(\cancel{n-r} \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

よって

$${}_nC_0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

(0! = 1)

問 2	(1)	順列 ${}_{10}P_3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ 答 720 通り	(2)	円順列 $\frac{7!}{7} = (7-1)! = 6!$ $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ 答 720 通り	(3)	4人それぞれグー、チョキ、パーの3通りの出し方があるので、 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 4人それぞれ3通り 答 81 通り
-----	-----	---	-----	---	-----	--

問 3	(1)	男子5人、女子6人より全員で11人いるので全ての組合せは、 ${}_{11}C_4 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 330$ 11人から4人選ぶ組合せ 答 330 通り	(2)	男子5人から2人代表を選ぶ $\Rightarrow {}_5C_2$ 通り 女子6人から2人代表を選ぶ $\Rightarrow {}_6C_2$ 通り 積の法則より、 ${}_5C_2 \times {}_6C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \times \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 10 \times 15 = 150$ (通り)
	(3)	(女子が少なくとも1人含まれる組み合わせの数) = (全ての組合せの数) - (全員が男子の組み合わせの数) となる(下図)。 代表4人の全ての組合せ (330通り) 全員が男子 女子が少なくとも1人含まれる。 女子が1人 女子が2人 女子が3人 全員が女子	(3)	代表4人全員が男子となる組合せは、 ${}_5C_4 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$ (通り) 男子5人から4人代表を選ぶ よって求める組合せの数は、 $330 - 5 = 325$ (通り) 全ての組合せの数から、“全員が男子”の組合せを引いた数になります 答 325 通り

問 4	(1)	(大)(小)6通りずつあるので 起こりうる全ての場合の数は $6 \times 6 = 36$ 通り。 出た目の和が5になる場合は、以下の 4通り。 サイコロ(大)の目 サイコロ(小)の目 出た目の和 よって求める確率は、 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ 答 $\frac{1}{9}$	(2)	出た目の和が奇数になる場合の数は、 ① サイコロ(大)が奇数、(小)が偶数 の目の時: (大) (小) $3 \times 3 = 9$ (通り) 積の法則 ② サイコロ(大)が偶数、(小)が奇数 の目の時: (大) (小) $3 \times 3 = 9$ (通り) 積の法則 よって求める確率は、 $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ 答 $\frac{1}{2}$
-----	-----	---	-----	--

問 5	“少なくとも1本は当たりくじである”という事象は、“2本ともはずれくじである”の余事象である。	2本ともはずれくじである確率は、 はずれくじ7本から2本引く組み合わせの数 ${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = \frac{7}{15}$ (全ての場合の数) 10本から2本引く組み合わせの数 ${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$ よって、 $1 - \frac{7}{15} = \frac{15-7}{15} = \frac{8}{15}$ 答 $\frac{8}{15}$
-----	---	---

問6

求める確率は、

1回目

2回目

3回目

$\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{54}$

3の倍数

2以下

3の目

2つ

2つ

1つ

答

$\frac{1}{54}$

問7

くじ1本を引く人の賞金額の期待値は、

1万円

10000

$\times \frac{1}{1000}$

1本

2千円

2000

$\times \frac{2}{1000}$

2本

500円

500

$\times \frac{10}{1000}$

10本

はずれ

0

$\times \frac{987}{1000}$

残り987本

$= 10 + 4 + 5 + 0 = 19$

(円)

1万円が当たる確率

2千円が当たる確率

500円が当たる確率

はずれる確率

答

19 円

Challenge 問題

問1

2個のサイコロをサイコロ①とサイコロ②と区別して考える。
2個のサイコロを投げた時、その目の出方は $6 \times 6 = 36$ (通り)。
Aさん、Bさんそれぞれゴールする確率は、それぞれ

Aさん: 出た目の和が 3

サイコロ①の目	1	2
サイコロ②の目	2	1

の2通りより、 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

Bさん: 出た目の和が 8

サイコロ①の目	2	3	4	5	6
サイコロ②の目	6	5	4	3	2

の5通りより、 $\frac{5}{36}$

従って、

Aさんの確率

$\frac{1}{18}$

Bさんの確率

$\frac{5}{36}$

$<$

答

Bさん

問2

(1) Aが当たる確率は、

3本の当たりから1つ取る場合の数

$\frac{3C_1}{10C_1} = \frac{3}{10}$

10本から1つ取る場合の数

答 $\frac{3}{10}$

(2) Bが当たる確率は、以下の2通りの場合がある

① Aが当たり、Bも当たる

2本の当たりから1つ取る

$\frac{3}{10} \times \frac{2C_1}{9C_1} = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

Aが当たる確率(1)より

残り9本から1つ取る

② Aははずれ、Bが当たる

3本の当たりから1つ取る

余事象 $\left(1 - \frac{3}{10}\right) \times \frac{3C_1}{9C_1} = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$

Aがはずれる確率

残り9本から1つ取る

①・②より求める確率は、

$\frac{1}{15} + \frac{7}{30} = \frac{2+7}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

①

②

答 $\frac{3}{10}$

(3) AがはずれBもはずれる確率は、

残り6本のはずれから1つ取る

$\left(1 - \frac{3}{10}\right) \times \frac{6C_1}{9C_1} = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{7}{15}$

Aがはずれる確率

残り9本から1つ取る

よってA、BがはずれてCが当たる確率は、

AがはずれBもはずれる確率

3本の当たりから1つ取る

$\frac{7}{15} \times \frac{3C_1}{8C_1} = \frac{7}{15} \times \frac{3}{8} = \frac{7}{40}$

残り8本から1つ取る

答 $\frac{7}{40}$