【解答】 数学Ⅰ

第3回 数学Ⅰ
学習トレーニングシート

問1

(1)

$x^2-6x-7=0$
$(x+1)(x-7)=0$
$\Leftrightarrow x+1=0,\quad x-7=0$
$\Leftrightarrow x=-1,\ 7$

答 $x=-1,\ 7$

(2)

$4(x+1)^2=20$
$(x+1)^2=5$
$x+1=\pm\sqrt{5}$
$x=-1\pm\sqrt{5}$

答 $x=-1\pm\sqrt{5}$

(3)

解の公式より、

$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-16}}{2}$
$=\dfrac{-6\pm\sqrt{20}}{2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{2\cdot2\cdot5}}{2}$
$=\dfrac{-6\pm2\sqrt{5}}{2}$
$=-3\pm\sqrt{5}$

答 $x=-3\pm\sqrt{5}$

問2

(1)

$D=b^2-4ac$ より、
$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot1$
$=4-4=0$

答 1個

(2)

$D=3^2-4\cdot5\cdot2$
$=9-40=-31<0$

答 0個

(3)

$D=1^2-4\cdot(-2)\cdot4$
$=1+32=33>0$

答 2個

問3

(1)

$f(0)=0^2-10\cdot0+5$
$=0-0+5$
$=5$

答 $f(0)=5$

(2)

$f(5)=5^2-10\cdot5+5$
$=25-50+5$
$=-20$

答 $f(5)=-20$

(3)

$f(-\sqrt{5})=(-\sqrt{5})^2-10\cdot(-\sqrt{5})+5$
$=5+10\sqrt{5}+5$
$=10+10\sqrt{5}$

答 $f(-\sqrt{5})=10+10\sqrt{5}$

問4

(1)

$y=a(x-p)^2+q$
$\Rightarrow$ 軸：$x=p$
頂点：(p,q)

$y=-2(x-3)^2+5$

軸：$x=3$
頂点：$(3,5)$

(2)

$y=x^2-2x+1$
$=(x-1)^2$

軸：$x=1$
頂点：$(1,0)$

(3)

$y=x^2+4x+5$
$=x^2+2\cdot2x+5$
$=(x+2)^2-2^2+5$
$=(x+2)^2+1$

軸：$x=-2$
頂点：$(-2,1)$

問5

(1)

$y=2(x+1)^2-4$

$y=a(x-p)^2+q$
$\Rightarrow$ 軸：$x=p$
頂点：(p,q)

軸：$x=-1$
頂点：$(-1,-4)$

(2)

① $y=2(-3+1)^2-4$
$=2(-2)^2-4$
$=2\cdot4-4=8-4$
$=4$

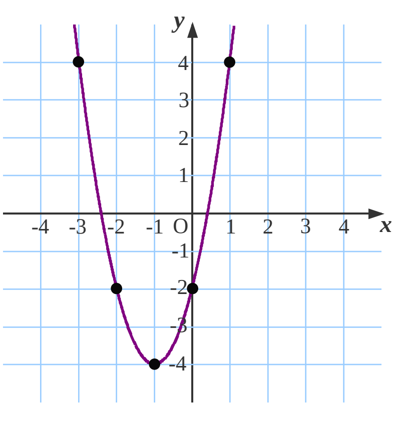
② $y=2(-2+1)^2-4$
$=2(-1)^2-4$
$=2-4=-2$

③ $y=2(0+1)^2-4$
$=2\cdot1^2-4$
$=2-4=-2$

④ $y=2(1+1)^2-4$
$=2\cdot2^2-4$
$=8-4=4$

(3)

$y=2(x+1)^2-4\ \Rightarrow$ 下に凸のグラフ



【解答】 数学Ⅰ

$f(x)=a(x-p)^2+q$ の最大・最小

	$a>0$ の時	$a<0$ の時
最大値	なし	q （$x=p$ の時）
最小値	q （$x=p$ の時）	なし

問					
問6	(1)	$y=3(x-2)^2+4$ $f(x)=a(x-p)^2+q$ との対応より、 $a=3>0,\ p=2,\ q=4$ ∴最小値：4（$x=2$ のとき）	(2)	$y=-x^2+3$ $f(x)=a(x-p)^2+q$ との対応より、 $a=-1<0,\ p=0,\ q=3$ ∴最大値：3（$x=0$ のとき）	(3) $y=x^2-3+4$ $=x^2+1$ $f(x)=a(x-p)^2+q$ との対応より、 $a=1>0,\ p=0,\ q=1$ ∴最小値：1（$x=0$ のとき）

問						
問7	(1)	$y=x^2-2x-15$ x軸との共有点では、$y=0$ なので $y=x^2-2x-15$ に $y=0$ を代入 $\Rightarrow\ x^2-2x-15=0$ $(x+3)(x-5)=0$ $x=-3,\ 5$ よって共有点は2点 その座標は、(-3,0)（5,0）	(2)	$y=x^2+2x+2$ x軸との共有点では、$y=0$ なので $y=x^2+2x+2$ に $y=0$ を代入 $\Rightarrow\ x^2+2x+2=0$ 判別式は、 $D=2^2-4\cdot1\cdot2$ $=4-8=-4<0$ よって共有点はなし	(3)	$y=9x^2-6x+1$ x軸との共有点では、$y=0$ なので $y=9x^2-6x+1$ に $y=0$ を代入 $\Rightarrow\ 9x^2-6x+1=0$ $(3x-1)^2=0\quad\Rightarrow x=\frac{1}{3}$ よって共有点は１点 その座標は、$(\frac{1}{3},0)$

Challenge 問題

(1)

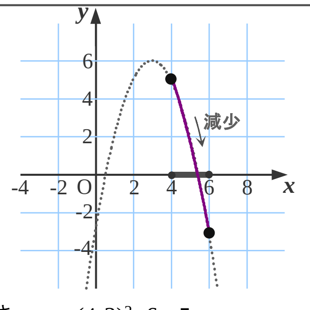
解法の流れ

範囲の指定された２次関数の最大値・最小値

グラフから判断する。

$y=-x^2+6x-3=-(x^2-6x)-3$
$=-(x^2-2\cdot3x)-3=-((x-3)^2-3^2)-3$
$=-((x-3)^2-9)-3=-(x-3)^2+9-3$
$=-(x-3)^2+6$

よって、$y=-x^2+6x-3$ の
グラフは、軸 $x=3$ で左右対称、
また頂点 (3, 6) で、上に凸の放物線
になり、概略は右図のようになる。



グラフから、 $4\leqq x\leqq6$ の範囲では
x が増加で y は減少になっている。

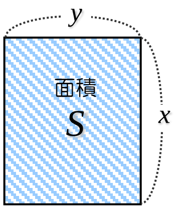
よって最大値は $x=4$のとき、$y=-(4-3)^2+6=5$
また 最小値は $x=6$のとき、$y=-(6-3)^2+6=-3$

最大値 5 ($x=4$ の時)
最小値 -3 ($x=6$ の時)

(2)

図のように、面積を S、縦の長さを x 、横の長さを y とすると、

$S=x\times y$ ………①



また、周囲の長さが100cmなので、

$2x+2y=100$ ……②

yについて解くと、

$y=50-x$ ……②′

②′を①に代入

$S=x\times(50-x)$
$=-x^2+50x$ …③ となる。

よって S が最大となる x を求めればよい。

③より、 $S=-x^2+50x$
$=-(x^2-50x)$
$=-((x-25)^2-25^2)$
$=-(x-25)^2+625$

ゆえに、S が最大となるのは、$x=25$ のときで、
そのときの面積は S = 625
また②′より、そのときの y の値は、$y=50-25=25$
となる。

答 面積の最大値 625 cm²
（縦と横の長さが 25cm の時）