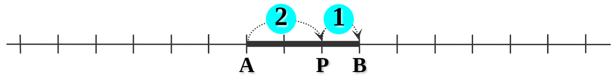
【解答】　数学A

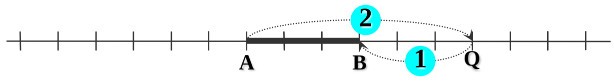
第3回 数学A
学習トレーニングシート

問1

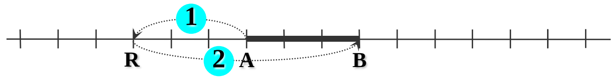
(1)



(2)



(3)



問2

AP:PB ＝ AQ:QC より、

$5:3 = 3:x \iff 5x = 9$

$x = \frac{9}{5}$

$x = 1.8$

また AP:AB ＝ PQ:BC より、

$5:(5+3) = 4:y \iff 5y = 32$

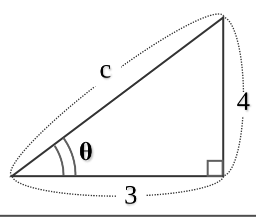
$5:8 = 4:y$

$y = \frac{32}{5}$

$y = 6.4$

答　$x = 1.8$ （または $\frac{9}{5}$）　$y = 6.4$ （または $\frac{32}{5}$）

問3



斜辺を c とすると
三平方の定理より、

$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16$

$= 25$

$c = 5$

よって、

$\sin\theta = \frac{4}{c} = \frac{4}{5}$,　$\cos\theta = \frac{3}{c} = \frac{3}{5}$

$\tan\theta = \frac{4}{3}$

答　$\sin\theta = \frac{4}{5}$, $\cos\theta = \frac{3}{5}$, $\tan\theta = \frac{4}{3}$

問4

$\sin 30° = \frac{CB}{AC} = \frac{10}{x}$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

$\iff \frac{1}{2} = \frac{10}{x}$

$\iff x = 20$

$\tan 30° = \frac{BC}{AB} = \frac{10}{y}$

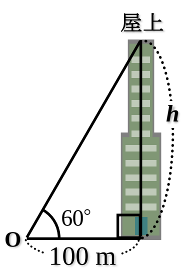
$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\iff \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{y}$

$\iff y = 10\sqrt{3}$

答　$x = 20$　$y = 10\sqrt{3}$

問5



建物の高さを h とすると、
左図のようになる。
よって、

$\tan 60° = \frac{h}{100}$

$\tan 60° = \sqrt{3}$

$\iff \sqrt{3} = \frac{h}{100}$

$\iff h = 100\sqrt{3}$

答　$100\sqrt{3}$ m

問6

(1)

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\iff \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$

$\iff \sin\theta = \pm\sqrt{\frac{25}{169}} = \pm\sqrt{\frac{5^2}{13^2}} = \pm\frac{5}{13}$

$\sin\theta$ は正の値より、$\sin\theta = \frac{5}{13}$

また、$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\left(\frac{5}{13}\right)}{\left(\frac{12}{13}\right)} = \frac{5}{12}$

答　$\sin\theta = \frac{5}{13}$、　$\tan\theta = \frac{5}{12}$

(2)

$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ より、$1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\theta}$

$\iff 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{1}{\cos^2\theta}$

$\iff \cos^2\theta = \frac{4}{5} \iff \cos\theta = \pm\sqrt{\frac{4}{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos\theta$ は正の値より、$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

また　$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より、

$\sin\theta = \tan\theta \times \cos\theta = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

答　$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$、　$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

【解答】 数学A

問7

(1)

$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$ より、

$\cos 75^\circ=\cos(90^\circ-15^\circ)=\sin 15^\circ$

答 $\sin 15^\circ$

(2)

$\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$ より、

$\dfrac{1}{\tan 50^\circ}=\tan(90^\circ-50^\circ)=\tan 40^\circ$

答 $\tan 40^\circ$

問8

(1)

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$$
$$=\sin\theta^2+2\sin\theta\cos\theta+\cos\theta^2$$
$$+\sin\theta^2-2\sin\theta\cos\theta+\cos\theta^2$$
$$=2\sin\theta^2+2\cos\theta^2$$
$$=2(\sin\theta^2+\cos\theta^2)$$
$$=2$$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

答 2

(2)

$$\frac{1}{1+\tan^2\theta}-(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)$$
$$=\frac{1}{\left(\dfrac{1}{\cos^2\theta}\right)}-(1-\sin^2\theta)$$

$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$$=\cos^2\theta-1+\sin^2\theta$$
$$=\sin^2\theta+\cos^2\theta-1$$
$$=1-1$$
$$=0$$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

答 0

Challenge 問題

問1

解法の流れ

（三角形の面積）$=\dfrac{1}{2}\times$（底辺）$\times$（高さ）

⇒三角形の高さを求める。

図1

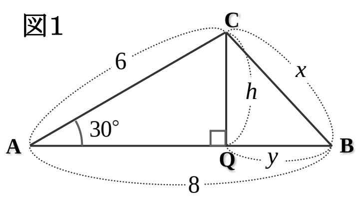


図1のように、Cより線分ABに垂線を下ろしたとき、その交点をQとする。CQの長さをhと置くと、

$h=6\sin 30^\circ$ ……①

△ABCの面積をSと置くと、

$$S=\frac{1}{2}\times 8\times h$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6\sin 30^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6\cdot\frac{1}{2}=12$$

QB $=y$ と置くと、三平方の定理より、

$x^2=y^2+h^2$ ……②

また AQ = $6\cos 30^\circ$ より、

$y=8-AQ=8-6\cos 30^\circ$ …③

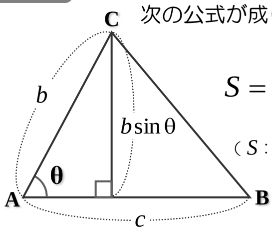
よって②に①、③を代入すると

$$x^2=(8-6\cos 30^\circ)^2+(6\sin 30^\circ)^2$$
$$=64-96\cos 30^\circ+36\cos^2 30^\circ+36\sin^2 30^\circ$$
$$=64-96\cos 30^\circ+36(\cos^2 30^\circ+\sin^2 30^\circ)$$
$$=64-96\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+36=100-48\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow x=\sqrt{100-48\sqrt{3}}=\sqrt{4(25-12\sqrt{3})}$$
$$=2\sqrt{25-12\sqrt{3}}$$

答 △ABCの面積 = 12　　$x=2\sqrt{25-12\sqrt{3}}$

参考

一般的に、三角形の面積は次の公式が成り立ちます。

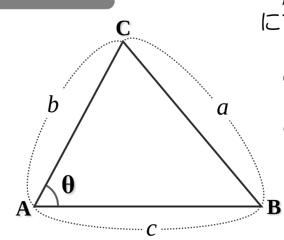


$$S=\frac{1}{2}bc\sin\theta$$

（S：三角形の面積）

余弦定理

一般的に、左下図のような三角形にて、次の定理が成立ちます。



$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\theta$$

この等式を余弦定理といいます。

この公式を用いても問題の x を求めることができます。

問2

(1) $\sin 120^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\sin 180^\circ=0$

(2) $\cos 120^\circ=-\dfrac{1}{2}$ ， $\cos 180^\circ=-1$